Лукьянов М.В.
Руководитель: **Гоглева К.Г.**
ГУО «Ордена Трудового Красного Знамени гимназия №50 г.Минска»
г. Минск

МАТЕМАТИКА ИЗ БУМАГИ: НЕЭКОНОМНОЕ ВЫРЕЗАНИЕ

Актуальность исследования.

Современные задачи оптимизации использования материалов находят применение как в производственных, так и в творческих процессах. Исследование процесса вырезания фигур из клетчатых квадратов демонстрирует, как математические методы позволяют рационально распределять вырезание фигур, минимизируя отходы и предотвращая возможность случайного образования слишком больших свободных участков.

Цель исследования: определить максимально возможное число фигур, которые можно вырезать из заданного квадратного листа, а также установить условия, при которых дальнейшее вырезание фигуры заданного размера становится невозможным.

В работе рассматриваются две основные задачи:

Вырезание прямоугольников из квадрата (на примере квадрата 10×10 с последовательным удалением прямоугольников 1×1, 1×2, …, 1×5).

Вырезание квадратов k×k с возрастающей стороной из квадрата n×n.

Объект исследования: геометрические фигуры (прямоугольники и квадраты), представленные клетками квадратов.

Предмет исследования: процесс вырезания фигур по линиям сетки и выявление закономерностей, определяющих максимальные размеры и количество вырезаемых фигур.

Основной метод исследования заключается в выделении так называемой «блокирующей области» в исходном квадрате. Этот подход позволяет доказать, что при определенном распределении вырезанных фигур ни в одной строке или столбце не остается непрерывной цепочки из (k+1) свободных клеток.

Для прямоугольников используется арифметическая сумма $1+2+\ldots+k = k(k+1)/2$, которая должна быть не меньше, чем $2n–2$ (где n – размер квадрата), чтобы гарантировать невозможность вырезания прямоугольника 1×(k+1).

При исследовании квадратов анализируется суммарная площадь вырезанных квадратов ($1^2 + 2^2 + \ldots + k^2$) и выводится зависимость вида $k = (n+2)/3$, определяющая максимальный размер вырезанных квадратов до невозможности вырезания следующего.

Задача прямоугольников.

При последовательном вырезании прямоугольников 1×1, 1×2, 1×3, 1×4 и 1×5 суммарная площадь удаленных клеток составляет 15.

Путем выделения блокирующей области доказано, что для вырезания прямоугольника 1×6 необходимо предварительно удалить не менее 16 клеток.

Таким образом, после вырезания фигур меньших размеров обязательно остаётся место для прямоугольника 1×6, а вырезание 1×7 становится невозможным.

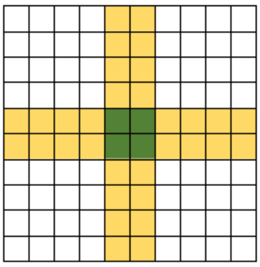

Рис. 1

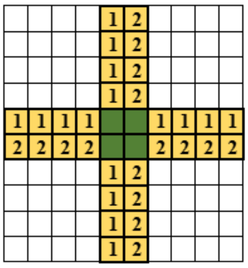

Рис. 2

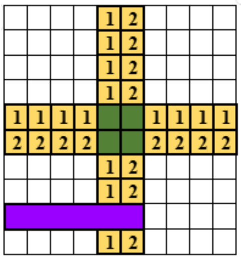

Рис. 3

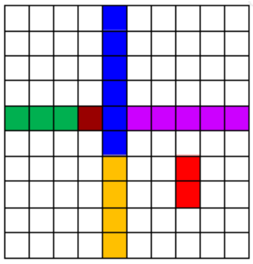

Рис. 4

Общая задача для прямоугольников из квадрата n×n.

Выведено условие k(k+1)/2 ≥ 2n–2, которое позволяет определить максимальное значение k, при котором гарантированно возможно вырезание прямоугольников 1×1, 1×2, …, 1×k.

Примеры: для n = 10 получаем k = 6, а для n = 15 – k = 7. В случае n > 15 предусмотрена поправка с использованием целочисленного деления ⌊(n–12)/4⌋.

Задача квадратов.

Рассмотрено вырезание квадратов 1×1, 2×2, 3×3, …, k×k из исходного квадрата n×n.

Выводится формула k = (n+2)/3, согласно которой, например, для n = 10 получаем k = 4 (после вырезания квадратов 1×1, 2×2, 3×3, 4×4 остаётся место для очередного квадрата размером 4×4, а вырезание 5×5 гарантированно невозможно), а для n = 16 – k = 6.

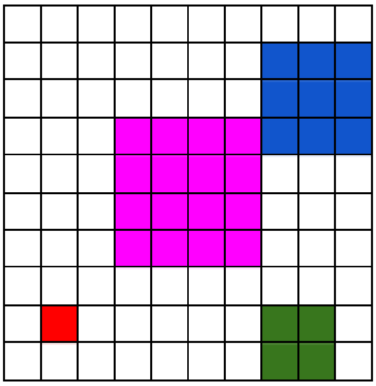

Рис. 5

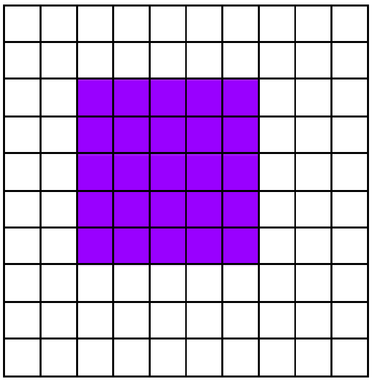

Рис. 6

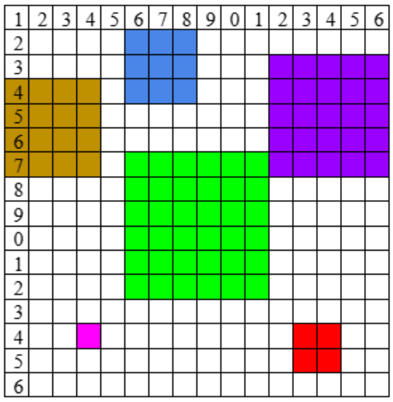

Рис. 7

Выводы:

- метод выделения центральной (блокирующей) области позволяет строго доказать ограничения по вырезанию фигур из клетчатого квадрата.
- при заданном распределении вырезанных прямоугольников или квадратов можно заранее рассчитать, какое следующее увеличение размера уже невозможно, что демонстрирует строгие математические закономерности в неэкономном процессе вырезания.
- выводы исследования могут служить базой для разработки алгоритмов оптимизации использования материалов как в школьном обучении, так и в профессиональных приложениях.

Практическая значимость работы:

1. Результаты позволяют рационально планировать вырезание фигур, минимизируя отходы и эффективно используя площадь исходного листа.
2. Исследование способствует развитию аналитических способностей, умению находить оптимальные решения и планировать последовательность действий.
3. Методика может быть использована для создания алгоритмов в программировании, например, для управления автоматическими резальными машинами и роботами, что имеет большое значение в промышленном производстве.
4. Работа иллюстрирует применение теоретических математических знаний на практике и может быть использована в качестве учебного материала для повышения интереса к математике и геометрии.

В перспективе дальнейших исследований планируем проанализировать вырезания более сложных фигур (например, L-образных уголков) из квадрата $n \times n$. Будущие работы могут быть направлены на разработку более сложных моделей, учитывающих не только площадь, но и форму вырезаемых элементов, что позволит расширить применение методов оптимизации в различных областях.